

Infotext „Exponentialfunktionen modellieren“

In diesem Infotext lernen Sie exponentielles Wachstum mit Hilfe von Exponentialfunktionen zu modellieren.

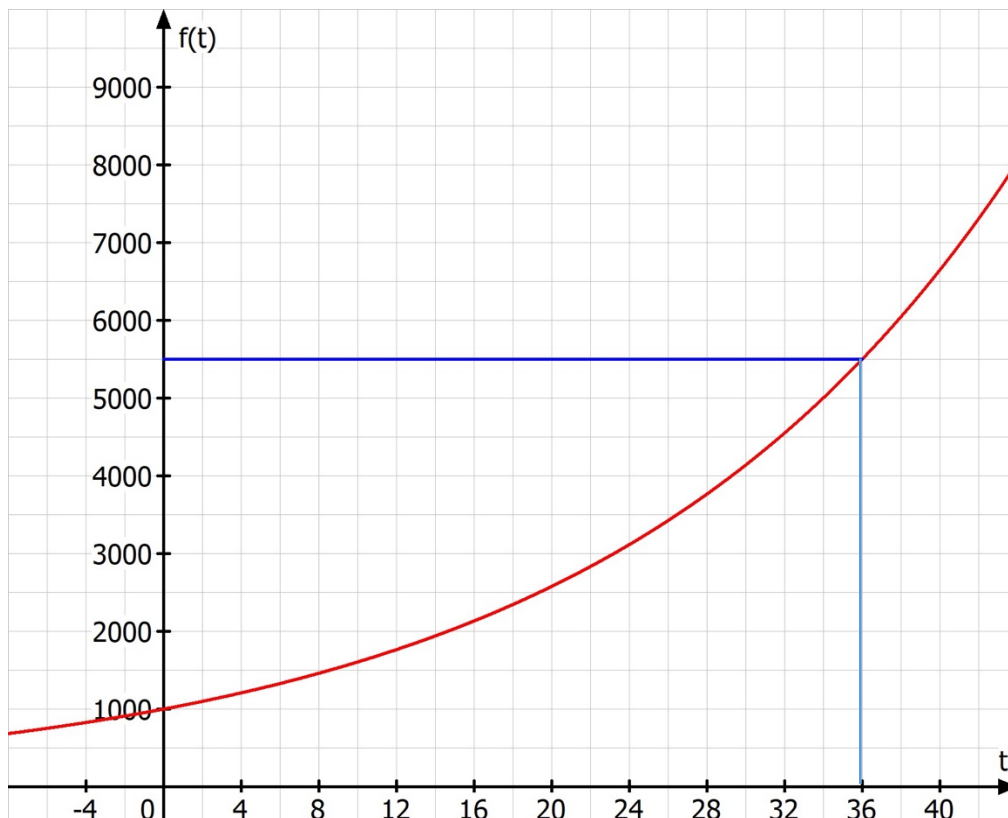
In den meisten Anwendungsfällen möchte man einen gegebenen Sachverhalt mit Hilfe einer Exponentialfunktion abbilden, um mit Hilfe dieses Modells Berechnungen auszuführen und somit Vorhersagen treffen zu können.

Betrachten wir zunächst zwei Beispiele, bei denen der Wachstumsfaktor und somit das prozentuale Wachstum bestimmt werden soll.

Beispiel 1: (exponentielles Wachstum)

Ein Konto hat einen Anfangsbestand in Höhe von 1000 € und wird jährlich verzinst. Nach 36 Jahren weist das Konto einen Kontostand in Höhe von 5500 € auf. Berechnen Sie den Prozentsatz der jährlichen Verzinsung.

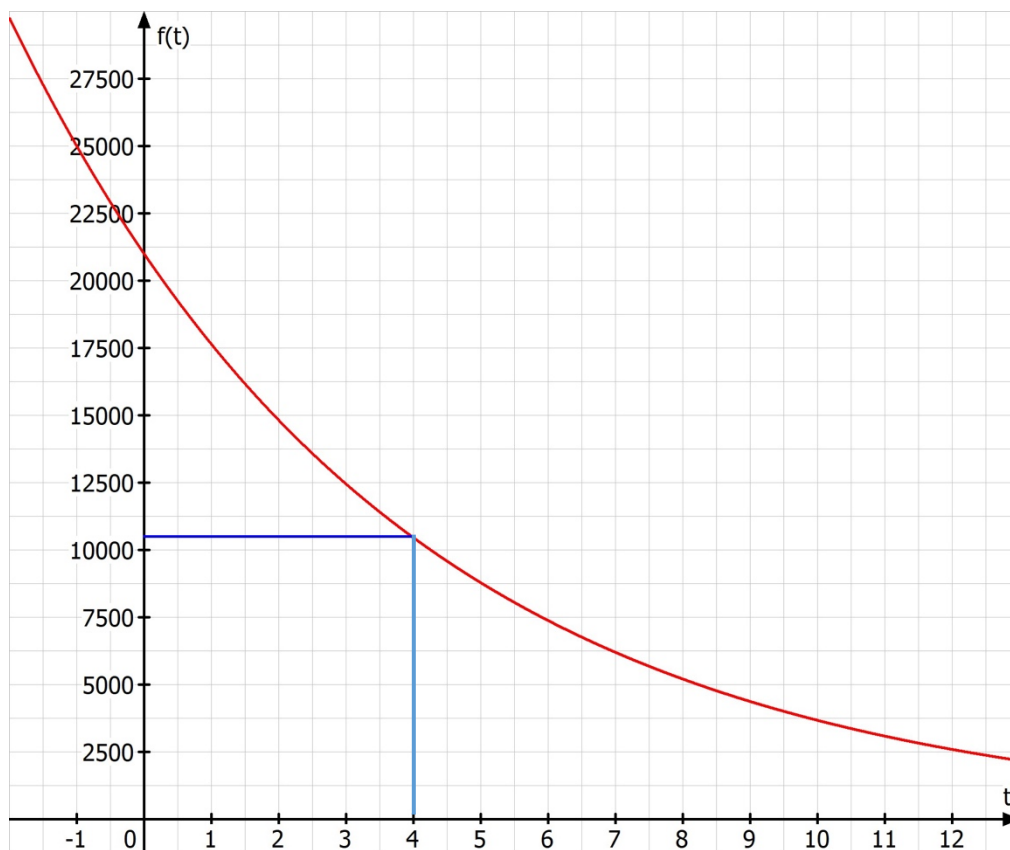
1. Schritt: Exponentialfunktion notieren	$f(t) = a \cdot b^t$
2. Schritt: Anfangsbestand 1000 € in die Exponentialfunktion einsetzen	$f(t) = 1000 \cdot b^t$
3. Schritt: Punkt bestimmen	$P(36 \mid 5500)$
4. Schritt: Wachstumsfaktor mittels Punktprobe bestimmen	$\begin{aligned} 5500 &= 1000 \cdot b^{36} && : 1000 \\ 5,5 &= b^{36} && \sqrt[36]{} \\ \sqrt[36]{5,5} &= 1,0485 = b \end{aligned}$
5. Schritt: Wachstumsformel angeben	$f(t) = 1000 \cdot 1,0485^t$
6. Schritt: Ergebnis angeben	Der jährliche Zinssatz beträgt 4,85 %.



Beispiel 2: (exponentieller Zerfall)

Beim Neukauf kostet ein Auto 21000 €. Nach 4 Jahren ist es nur noch die Hälfte wert. Berechnen Sie den jährlichen Wertverlust in Prozent.

1. Schritt: Exponentialfunktion notieren	$f(t) = a \cdot b^t$
2. Schritt: Anfangsbestand 21000 € in die Exponentialfunktion einsetzen	$f(t) = 21000 \cdot b^t$
3. Schritt: Punkt bestimmen	$P(4 10500)$
4. Schritt: Wachstumsfaktor mittels Punktprobe bestimmen	$\begin{array}{l} 10500 = 21000 \cdot b^4 \quad :21000 \\ 0,5 = b^4 \quad \sqrt[4]{} \\ \sqrt[4]{0,5} = 0,84 = b \end{array}$
5. Schritt: Wachstumsformel angeben	$f(t) = 21000 \cdot 0,84^t$
6. Schritt: Ergebnis angeben	Der jährliche Wertverlust beträgt 16 %. ($1 - 0,84 = 0,16$; $0,16 \cdot 100 = 16$)



Weitere Beispiele zu exponentiellem Wachstum und Zerfall:

In einem See nimmt die von Seerosen bedeckte Fläche täglich um 4 % zu. Nach 10 Tagen haben sie eine Fläche von 370 m^2 eingenommen. Berechnen Sie den Anfangsbestand.

$$\text{Ansatz: } f(t) = a \cdot 1,04^t$$

$$370 = a \cdot 1,04^{10}$$

$$370 = a \cdot 1,48 \quad | : 1,48$$

$$a = 250$$

Zu Beginn waren es 250 m^2 , die von den Rosen bedeckt waren.